





١٤٤٠ هـ

١٤٤٠ هـ

$$A(1) = 1$$

$$A(2) = 1$$

$$A(3) = 1$$

$$A(4) = 1$$

$$A(5) = 1$$

$$A(6) = 1$$

$$A(7) = 1$$

$$A(8) = 1$$

$$A(9) = 1$$

$$A(10) = 1$$

$$A(11) = 1$$

$$A(12) = 1$$

$$A(13) = 1$$

$$A(14) = 1$$

$$A(15) = 1$$

$$A(16) = 1$$

$$A(17) = 1$$

$$A(18) = 1$$

$$A(19) = 1$$

$$A(20) = 1$$

$$A(21) = 1$$

$$A(22) = 1$$

$$A(23) = 1$$

$$A(24) = 1$$

$$A(25) = 1$$

$$A(26) = 1$$

$$A(27) = 1$$

$$A(28) = 1$$

$$A(29) = 1$$

$$A(30) = 1$$

مجموعه‌های  $\mathcal{A}$  و  $\mathcal{B}$  را در نظر بگیرید.  $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  و  $\mathcal{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$

که  $A_i \cap B_j = \emptyset$  برای هر  $i, j$  که  $i \neq j$  یا  $j \neq i$  باشد.

همچنین فرض کنید  $\mathcal{A}$  و  $\mathcal{B}$  هر دو یک  $\sigma$ -جبر باشند.

آنگاه برای هر  $A \in \mathcal{A}$  و  $B \in \mathcal{B}$  داریم:

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

برای اثبات این، فرض کنید  $A = \bigcup_{i=1}^n A_i$  و  $B = \bigcup_{j=1}^m B_j$  که در آن  $A_i$ ها و  $B_j$ ها هم‌پوشانی ندارند.

پس  $A \cap B = \bigcup_{i=1}^n \bigcup_{j=1}^m (A_i \cap B_j)$  و از آنجا که  $A_i \cap B_j = \emptyset$  برای  $i \neq j$  یا  $j \neq i$ ، داریم:

$P(A \cap B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i \cap B_j)$

اما  $P(A_i \cap B_j) = P(A_i)P(B_j)$  زیرا  $A_i$  و  $B_j$  مستقلند.

پس  $P(A \cap B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i)P(B_j) = \left( \sum_{i=1}^n P(A_i) \right) \left( \sum_{j=1}^m P(B_j) \right) = P(A)P(B)$

پس نتیجه می‌گیریم:

$$P(A \cap B) = \begin{cases} P(A)P(B) & \text{اگر } A \text{ و } B \text{ مستقل باشند} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

فرض کنید  $\mathcal{A}$  یک  $\sigma$ -جبر باشد و  $\mathcal{B}$  یک مجموعه‌ای از رویدادها باشد که هر دو عضو آن مستقل از  $\mathcal{A}$  باشند.

آنگاه برای هر  $A \in \mathcal{A}$  و  $B \in \mathcal{B}$  داریم:

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

برای اثبات این، فرض کنید  $A = \bigcup_{i=1}^n A_i$  که در آن  $A_i$ ها هم‌پوشانی ندارند.

$$P(A \cap B) = \sum_{i=1}^n P(A_i \cap B)$$

اما  $P(A_i \cap B) = P(A_i)P(B)$  زیرا  $A_i$  و  $B$  مستقلند.

$$P(A \cap B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B) = P(B) \sum_{i=1}^n P(A_i) = P(B)P(A)$$

پس:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

فرض کنید  $\mathcal{A}$  یک  $\sigma$ -جبر باشد و  $\mathcal{B}$  یک مجموعه‌ای از رویدادها باشد که هر دو عضو آن مستقل از  $\mathcal{A}$  باشند.

آنگاه برای هر  $A \in \mathcal{A}$  و  $B \in \mathcal{B}$  داریم: